

# ÚMRTNOSTNÉ TABUĽKY

Obsahom poisťnej ochrany pri životnom poistení je riziko smrti alebo dožitia. Avšak trvanie života jednotlivca sa odchyľuje od priemeru vo väčšom alebo menšom rozpätí. Na základe vedeckých výskumov, za pomoci štatistiky a počtu pravdepodobnosti sa zistila v procese úmrtnosti obyvateľstva určitá zákonitosť a platnosť zákona veľkých čísel. Práve pôsobenie zákona veľkých čísel v oblasti pravdepodobnosti dožitia a úmrtia mení náhodnosť v štatistickú zákonitosť. Táto štatistická zákonitosť platí pre určitý rovnorodý celok. Čím je tento celok početnejší, tým je platnosť zákona veľkých čísel širšia, a tým menšie sú odchýlky od priemeru.

Pri určovaní výšky poisťného je jednou z najdôležitejších výpočtových základní stanovenie pravdepodobnosti dožitia a úmrtia poisťnej osoby. Pohyb pravdepodobností úmrtia a dožitia zachytávajú úmrtnostné tabuľky, ktoré predstavujú spolu s kalkulačnou úrokovou mierou najdôležitejšie vstupné údaje pri zostrojení modelov v životnom poistení. Problematika úmrtnostných tabuliek je veľmi široká a patrí do oblasti demografie.

Úmrtnostné tabuľky (ďalej ÚT) sú nástrojom na zisťovanie úmrtnostných pomerov danej populácie. Poskytujú pohľad podľa vekovej skupiny a pohlavia na pravdepodobnosť úmrtia a na nádej na dožitie. Tieto informácie sa využívajú v oblasti demografie, v poisťovníctve, v lekárskom výskume, apod. Každá ÚT je matematickým modelom popisujúcim úmrtnosť populácie, zostaveným na základe dlhoročných dát a štatistík.

Prvá úmrtnostná tabuľka bola vypracovaná už v roku 1693 vo Veľkej Británii. Historicky najznámejšou je však Dodsonova tabuľka z roku 1755.

Úmrtnostné tabuľky, ktoré sa niekedy nazývajú aj tabuľkami ďalej žijúcich, udávajú, koľko osôb z dnes narodených sa dožije prvého, druhého, až x-tého roka. Poskytujú základné informácie o úmrtnostnom správaní uzavretej stacionárnej populácie, kde nie je možný prísun nových jedincov a jediný možný výstup z tejto modelovej populácie je smrť jedinca (neuvažuje sa tu s migráciou, novonarodenými jedincami a pod.).

Úmrtnostné tabuľky v poistení osôb majú významný vplyv pri určovaní konkrétnych sadziieb jednotlivých poisťných produktov v praxi. Na základe použitia úmrtnostnej tabuľky môže poisťovateľ stanoviť poisťné, ktoré poisťený platí počas celej dĺžky poistenia. Voľba konkrétnej úmrtnostnej tabuľky je pre každého poisťovateľa spojená s istým rizikom. Poisťovateľ musí počítať s tým, že ak použije úmrtnostnú tabuľku zostavenú na základe sčítania obyvateľstva, tak úmrtnostné správanie súboru jej poisťencov môže byť odlišné od očakávaného v jeho neprospech. Preto sa úmrtnostné tabuľky zostavené demografmi obyčajne nepoužívajú pri určovaní taríf bez úpravy.<sup>1</sup> Touto úpravou môže byť napríklad vekový posun používanej úmrtnostnej tabuľky v prospech poisťovateľa. Pri poistení pre prípad smrti sa použijú úmrtnostné tabuľky, ktoré „robia ľudí staršími“, a pri poistení pre prípad dožitia a pri dôchodkovom poistení sa použijú úmrtnostné tabuľky, ktoré „robia ľudí mladšími“.

Najpresnejšie údaje pre potreby určovania výšky poisťného vyjadrujú ukazovatele o pohybe úmrtnosti vypracované samotnými poisťovateľmi na základe vlastnej štatistiky poisťených osôb. Mnohé veľké poisťovne zostavujú úmrtnostné tabuľky pre homogénne skupiny ľudí, napríklad osobitne pre fajčiarov a osobitne pre nefajčiarov, osobitne pre rôzne druhy zamestnania apod.

## Napríklad

V USA rozlišuje 26 štátov od roku 1986 úmrtnostné tabuľky pre fajčiarov a nefajčiarov (Commissioners 1980 Standard Ordinary Smoker/Nonsmoker Distinct Mortality Tables - označované skratkou CSO 80), teda fajčenie ako negatívny faktor sa tu prejavuje aj vo výške poisťného.

---

<sup>1</sup> SEKEROVÁ, V., BILÍKOVÁ, M.: *Poisťná matematika*. Bratislava: Ekonóm, 2002. s. 33

## Například

Penzijný fond bankských spoločností bude pri výpočte poistného používať úmrtnostné tabuľky zostavené podľa minulého priebehu úmrtnostného správania baníkov. Použitie úmrtnostných tabuliek zostavených demografmi na základe priebehu úmrtnosti celého obyvateľstva by totiž nezodpovedalo skutočnému riziku súboru poistených tohto poistovateľa a deformovalo by tak cenu poistenia.

Eventuálny nesúlad medzi používanou modelovou úmrtnostnou tabuľkou a medzi skutočným vývojom úmrtnosti v danej populácii sa prejavuje nedostatkom alebo naopak nadbytkom potrebných zdrojov uložených v poistných (tzv. technických) rezervách.

Zostavenie a používanie úmrtnostných tabuliek v jednotlivých krajinách je rôzne. Vo Veľkej Británii existujú úmrtnostné tabuľky poistených vypracované na základe štatistických záznamov o úmrtnosti poistených niektorých veľkých poisťovní s dlhodobou tradíciou a cennými skúsenosťami. V Nemecku sa do roku 1994 používali jednotné úmrtnostné tabuľky, ktoré boli zostavené pre poisťovne z tabuliek úmrtnosti celého obyvateľstva. Od roku 1994 už nie sú v Nemecku predpísané jednotné úmrtnostné tabuľky, každá poisťovacia spoločnosť môže používať svoje vlastné tabuľky.<sup>2</sup> Na Slovensku sa v súčasnosti nepoužívajú jednotné úmrtnostné tabuľky. Poisťovne majú vlastné tabuľky vypracované podľa úmrtnostných tabuliek Slovenského štatistického úradu a upravené podľa vlastných štatistických údajov o úmrtnosti poistených.

## DRUHÝ ÚMRTNOSTNÝCH TABULIEK

Základné delenie úmrtnostných tabuliek je podľa toho, či vychádzajú zo záznamov o úmrtnosti danej populácie v priebehu krátkého časového obdobia, a sú teda obrazom života hypotetickej populácie súčasne narodených jedincov, alebo či predstavujú záznam priebehu života konkrétnej populácie súčasne narodených jedincov od ich narodenia až do smrti posledného z nich. Na základe tohto kritéria rozoznávame úmrtnostné tabuľky

- generačné,
- prierezové.

**Generačné úmrtnostné tabuľky** predstavujú záznam priebehu života konkrétnej populácie súčasne narodených jedincov od ich narodenia až do smrti posledného z nich. Konštrukcia takejto tabuľky je náročná, lebo predpokladá sledovať populáciu v priebehu jej života, pričom však nastáva migrácia jedincov. Preto majú generačné úmrtnostné tabuľky význam najmä pri sledovaní populácie zvierat, hmyzu či baktérií, kde je dĺžka života kratšia ako u človeka.

**Bežné (prierezové) úmrtnostné tabuľky** vychádzajú z úmrtnostných skúseností danej populácie v priebehu krátkého časového obdobia (väčšinou ročného). Na základe úmrtnostných mier podľa jednotlivých vekových skupín sa potom konštruje obraz života hypotetickej populácie súčasne narodených jedincov.

Úmrtnostné tabuľky môžu byť ďalej rozdelené podľa dĺžky sledovaného vekového intervalu na:

- úplné,
- skrátené.

**Úplné úmrtnostné tabuľky** pracujú s vekovými intervalmi dĺžky jedného roka.

**Skrátené úmrtnostné tabuľky** používajú dĺžku vekového intervalu päť rokov.

***V životnom poistení sa pracuje v prevažnej miere s prierezovými úplnými úmrtnostnými tabuľkami.***

Dlhoročné skúsenosti s úmrtiami zozbierané od štatistických úradov a poisťovacích spoločností ukazujú, že pravdepodobnosť úmrtia nesúvisí len s vekom osoby, ale závisí aj od iných faktorov.

---

<sup>2</sup> LAMOŠ, F.: *Matematika v poisťovníctve*. Bratislava: SPN, 1997. s. 56

Úmrtnostné tabuľky v poistení osôb môžu byť rozdelené podľa rôznych kritérií, podľa pohlavia, podľa zdravotného stavu, či potenciálneho sklonu k určitým chorobám.

Na základe štatistík vyspelých ekonomických krajín je možno skonštatovať, tendenciu vyššieho sklonu k úmrtnosti u mužskej populácie v porovnaní so ženskou populáciou. Takáto zmena je zapríčinená okrem iného aj tým, že v civilizovaných krajinách bola zredukovaná úmrtnosť žien pri pôrodoch. Mužská populácia vykazuje túto tendenciu prakticky vo všetkých vekových skupinách. Je teda zrejmé, že ženy žijú v priemere dlhšie ako muži.

Práve z vyššie uvedených dôvodov je potrebné členiť úmrtnostné tabuľky na:

- **úmrtnostné tabuľky žien**
- **úmrtnostné tabuľky mužov**

Prístupy k tomuto rozdeleniu tabuliek môžu byť rôzne:

1. Poistovňa počíta poistovacie sadzby pre mužov a ženy oddelene tak, že používa zvlášť mužské a ženské úmrtnostné tabuľky (takto napríklad postupovala Česká poistovňa pri výpočtoch týkajúcich sa individuálneho dôchodku, v rámci svojho dôchodkového poistenia pracujúcich).
2. Poistovňa počíta sadzby bez rozlíšenia pohlavia tak, že používa zmiešané úmrtnostné tabuľky, jednotné pre mužov aj ženy. Uvedený spôsob si môže dovoliť len poistovňa s dostatočne veľkým kmeňom poistencov, ktorá je schopná na základe svojich štatistických záznamov skonštruovať vlastnú úmrtnostnú tabuľku, odrážajúcu chovanie sa priemerného poistenca bez rozlíšenia pohlavia. Výhodou tohoto spôsobu je, že prípadné straty, ktoré sú spojené s týmto spriemerovaním, sú kompenzované zníženými administratívnymi nákladmi a zjednodušením poistovacej agendy, pretože poistovňa používa tak pre mužov, ako aj pre ženy jednotný sadzobník (napríklad v USA sa viedli popri úmrtnostných tabuľkách pre mužov a ženy aj úmrtnostné tabuľky nerozlišujúce pohlavie poistenej osoby - Unisex Version of the 1980 Commissioners Standard Ordinary Mortality Table).
3. Poistovňa počíta poistovacie sadzby pre mužov s použitím mužských úmrtnostných tabuliek a sadzby pre ženy získa vhodným vekovým posunutím sadzieb pre mužov. Uvedený postup zodpovedá tomu, ako keby ženské úmrtnostné tabuľky používané poistovňou vznikli príslušným vekovým posunutím úmrtnostných tabuliek platných pre mužov. Napríklad poistovňa Nationale Nederlanden v Českej republike pri väčšine produktov svojho poistenia osôb vytvára sadzby pre ženy posunutím sadzieb pre mužov o 5 rokov v prospech žien, takže napríklad žena uzatvárajúca poistenie vo veku 25 rokov platí poistné v takej istej výške ako muž, ktorý uzatvára to isté poistenie vo veku 20 rokov. Iný posun rokov je napríklad pri poistovni Kooperativa v Českej republike, ktorá používa pri výpočte poistného u žien do 50. rokov veku posun mužských úmrtnostných tabuliek o 5 rokov v prospech žien, avšak u žien nad 50 rokov je tento posun mužských úmrtnostných tabuliek len o 3 roky, takže napríklad poistená 60 ročná žena platí poistné pri tom istom druhu poistenia v takej výške, ako 57 ročný muž. Viedenská mestská poistovňa rozlišuje až tri vekové kategórie s posunmi 5, 3 a 1 rok.

V poistení osôb sa pre rozlíšenie niekedy označuje vek mužov symbolom **x**, vek žien symbolom **y** a vek detí symbolom **z**.

K často používaným druhom úmrtnostných tabuliek patria:

- selektívne úmrtnostné tabuľky
- ultimátne úmrtnostné tabuľky
- agregátne úmrtnostné tabuľky
- skupinové úmrtnostné tabuľky
- úmrtnostné tabuľky dvojíc.

**Selektívne úmrtnostné tabuľky** reagujú na riziko selekcie. Tieto tabuľky sa členia nielen podľa vstupného veku, ale aj podľa doby trvania poistenia. V poistovacej praxi sa totiž zistilo, že úmrtnosť osôb v prvých troch rokoch poistenia (3 - 7 rokov) je nižšia ako u osôb rovnako starých, ktorí sú však poistení už dlhšiu dobu. Selektívne úmrtnostné tabuľky sa používajú hlavne v životnom poistení. V dnešnej dobe sa v poistovacej praxi upúšťa od používania selektívnych úmrtnostných tabuliek

vzhľadom k technickým problémom, ktoré sú s ich používaním spojené. Ich význam sa však nestráca hlavne v invalidnom poistení.

**Ultimátne úmrtnostné tabuľky** sú vlastne pokračovaním selektívnych tabuliek po uplynutí rokov trvania odlišnej úmrtnosti (7 - maximálne 10 rokov) a obsahujú už len jediný ukazovateľ úmrtnosti bez ohľadu na dobu trvania poistenia.

**Agregátne úmrtnostné tabuľky** sú také, kde sa pri údajoch o počte žijúcich a zomrelých prihliada len na vek poistníka, pričom sa neberie do úvahy doba trvania poistenia. Takýto typ úmrtnostných tabuliek sa používa aj v poisťovníctve v Slovenskej republike. Najpresnejšie úmrtnostné tabuľky sú tie, ktoré sa zostavia na základe štatistických úmrtností poistníkov. Táto úmrtnosť býva odlišná od úmrtnosti zistenej na základe demografických šetrení obyvateľstva ako celku, alebo jeho časti, či od úmrtnosti v určitom regióne. Výsledky v takto zostavených tabuľkách sú tým reálnejšie, čím je väčší počet pozorovaných členov, čím je dlhšie časové obdobie, za ktoré úmrtnosť sledujeme, ako aj to, ako je sledované obdobie vzdialené od súčasnosti.

**Skupinové úmrtnostné tabuľky.** Vo veľkom počte produktov životného poistenia je poistné plnenie závislé na živote alebo smrti dvoch, alebo viacerých osôb. Tak napríklad manželská dvojica sa môže poistiť na dožitie nasledujúcich 15 rokov, pričom poisťovňa vyplatí dojednanú poistnú sumu len v prípade, pokiaľ sú obaja manželia nažive po 15 rokoch. Iným príkladom je vdovský dôchodok, kde poistné plnenie nastáva až po smrti manžela. V uvedených prípadoch je potrebné vychádzať zo súboru, ktorého prvky sú skupiny viazané nejakými záujmami, ako sú napríklad manželia, rodičia a deti, matka a dieťa, obchodní spoločníci a pod. Tomuto zodpovedajú skupinové úmrtnostné tabuľky, ktoré sa nevzťahujú na jednotlivé osoby, ale na skupiny osôb. Pri matematických výpočtoch sa pre zjednodušenie používajú úmrtnostné tabuľky dvojíc, kde hodnota  $l_{x,y}$  udáva počet dvojíc, pričom sa prvá osoba dožila veku  $x$  a zároveň sa druhá osoba dožila veku  $y$ .

**Modelová úmrtnostná tabuľka - Biometrické hodnoty**

<b>x</b>	<b>q<sub>x</sub></b>	<b>p<sub>x</sub></b>	<b>l<sub>x</sub></b>	<b>d<sub>x</sub></b>	<b>x</b>	<b>q<sub>x</sub></b>	<b>p<sub>x</sub></b>	<b>l<sub>x</sub></b>	<b>d<sub>x</sub></b>
<b>0</b>	<b>0,003730</b>	<b>0,996270</b>	<b>100 000</b>	<b>373</b>	<b>50</b>	<b>0,004667</b>	<b>0,995333</b>	<b>94 917</b>	<b>443</b>
1	0,000401	0,999599	99 627	40	51	0,005187	0,994813	94 474	490
2	0,000131	0,999869	99 587	13	52	0,005788	0,994212	93 984	544
3	0,000141	0,999859	99 574	14	53	0,006507	0,993493	93 440	608
4	0,000090	0,999910	99 560	9	54	0,007217	0,992783	92 832	670
<b>5</b>	<b>0,000141</b>	<b>0,999859</b>	<b>99 551</b>	<b>14</b>	<b>55</b>	<b>0,007791</b>	<b>0,992209</b>	<b>92 162</b>	<b>718</b>
6	0,000141	0,999859	99 537	14	56	0,008256	0,991744	91 444	755
7	0,000141	0,999859	99 523	14	57	0,009086	0,990914	90 689	824
8	0,000151	0,999849	99 509	15	58	0,009937	0,990063	89 865	893
9	0,000151	0,999849	99 494	15	59	0,011037	0,988963	88 972	982
<b>10</b>	<b>0,000131</b>	<b>0,999869</b>	<b>99 479</b>	<b>13</b>	<b>60</b>	<b>0,012206</b>	<b>0,987794</b>	<b>87 990</b>	<b>1074</b>
11	0,000151	0,999849	99 466	15	61	0,013197	0,986803	86 916	1147
12	0,000131	0,999869	99 451	13	62	0,014096	0,985904	85 769	1209
13	0,000131	0,999869	99 438	13	63	0,015102	0,984898	84 560	1277
14	0,000171	0,999829	99 425	17	64	0,016246	0,983754	83 283	1353
<b>15</b>	<b>0,000221</b>	<b>0,999779</b>	<b>99 408</b>	<b>22</b>	<b>65</b>	<b>0,017649</b>	<b>0,982351</b>	<b>81 930</b>	<b>1446</b>
16	0,000322	0,999678	99 386	32	66	0,019470	0,980530	80 484	1567
17	0,000443	0,999557	99 354	44	67	0,021630	0,978370	78 917	1707
18	0,000564	0,999436	99 310	56	68	0,023857	0,976143	77 210	1842
19	0,000635	0,999365	99 254	63	69	0,025807	0,974193	75 368	1945
<b>20</b>	<b>0,000675</b>	<b>0,999325</b>	<b>99 191</b>	<b>67</b>	<b>70</b>	<b>0,027934</b>	<b>0,972066</b>	<b>73 423</b>	<b>2051</b>
21	0,000646	0,999354	99 124	64	71	0,030432	0,969568	71 372	2172
22	0,000626	0,999374	99 060	62	72	0,033555	0,966445	69 200	2322
23	0,000566	0,999434	98 998	56	73	0,037082	0,962918	66 878	2480
24	0,000586	0,999414	98 942	58	74	0,041011	0,958989	64 398	2641
<b>25</b>	<b>0,000607</b>	<b>0,999393</b>	<b>98 884</b>	<b>60</b>	<b>75</b>	<b>0,045517</b>	<b>0,954483</b>	<b>61 757</b>	<b>2811</b>
26	0,000627	0,999373	98 824	62	76	0,050589	0,949411	58 946	2982
27	0,000658	0,999342	98 762	65	77	0,056107	0,943893	55 964	3140
28	0,000638	0,999362	98 697	63	78	0,062320	0,937680	52 824	3292
29	0,000608	0,999392	98 634	60	79	0,069268	0,930732	49 532	3431
<b>30</b>	<b>0,000659</b>	<b>0,999341</b>	<b>98 574</b>	<b>65</b>	<b>80</b>	<b>0,077525</b>	<b>0,922475</b>	<b>46 101</b>	<b>3574</b>
31	0,000680	0,999320	98 509	67	81	0,086604	0,913396	42 527	3683
32	0,000721	0,999279	98 442	71	82	0,097106	0,902894	38 844	3772
33	0,000834	0,999166	98 371	82	83	0,108092	0,891908	35 072	3791
34	0,000916	0,999084	98 289	90	84	0,121000	0,879000	31 281	3785
<b>35</b>	<b>0,001039</b>	<b>0,998961</b>	<b>98 199</b>	<b>102</b>	<b>85</b>	<b>0,134274</b>	<b>0,865726</b>	<b>27 496</b>	<b>3692</b>
36	0,001183	0,998817	98 097	116	86	0,150563	0,849437	23 804	3584
37	0,001245	0,998755	97 981	122	87	0,168249	0,831751	20 220	3402
38	0,001339	0,998661	97 859	131	88	0,187894	0,812106	16 818	3160
39	0,001473	0,998527	97 728	144	89	0,209840	0,790160	13 658	2866
<b>40</b>	<b>0,001588</b>	<b>0,998412</b>	<b>97 584</b>	<b>155</b>	<b>90</b>	<b>0,234062</b>	<b>0,765938</b>	<b>10 792</b>	<b>2526</b>
41	0,001765	0,998235	97 429	172	91	0,260707	0,739293	8 266	2155
42	0,001984	0,998016	97 257	193	92	0,289969	0,710031	6 111	1772
43	0,002102	0,997898	97 064	204	93	0,321964	0,678036	4 339	1397
44	0,002437	0,997563	96 860	236	94	0,356560	0,643440	2 942	1049
<b>45</b>	<b>0,002763</b>	<b>0,997237</b>	<b>96 624</b>	<b>267</b>	<b>95</b>	<b>0,393555</b>	<b>0,606445</b>	<b>1 893</b>	<b>745</b>
46	0,003145	0,996855	96 357	303	96	0,432927	0,567073	1 148	497
47	0,003613	0,996387	96 054	347	97	0,474654	0,525346	651	309
48	0,003970	0,996030	95 707	380	98	0,517544	0,482456	342	177
49	0,004301	0,995699	95 327	410	99	0,557576	0,442424	165	92
					<b>100</b>	<b>0,602740</b>	<b>0,397260</b>	<b>73</b>	<b>44</b>
					101	0,655172	0,344828	29	19
					102	0,700000	0,300000	10	7
					103	1,000000	0,000000	3	3